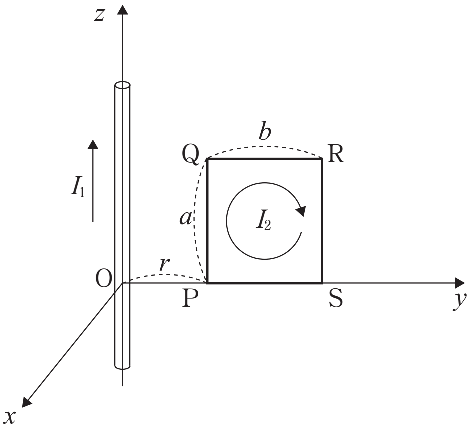
第 40 講　電流と磁場

1

図のように，真空中で直角座標の z 軸上に十分長い導線があり，z 軸の正の向きに電流 I_1 が流れている。また，長方形のコイル PQRS が yz 面内にあり，図の向きに電流 I_2 が流れている。ここで，辺 PQ の長さは a，辺 QR の長さは b である。また辺 SP は y 軸上にあり，辺 PQ の z 軸からの距離は r である。真空の透磁率を μ_0 として以下の文中の［　　］内に入れるのに適当なものを対応する解答群の中からひとつ選びなさい。



電流 I_1 が辺 PQ の位置につくる磁界の強さ H は［(1)］であり，この磁界によって辺 PQ が受ける力の大きさは H を使うと［(2)］と表され，I_1 を使うと［(3)］と表される。ここで力の向きは［(4)］の向きである。同様にして辺 RS が電流 I_1 から受ける力の大きさは［(5)］と表され，その向きは［(6)］の向きである。

また，辺 QR が電流 I_1 から受ける力の向きは［(7)］の向きで，辺 SP が受ける力の向きは［(8)］の向きであり，辺 QR が受ける力と辺 SP が受ける力の合力の大きさは［(9)］となる。

以上のことから，コイル全体が電流 I_1 から受ける合力の大きさは［(10)］で［(11)］の向きとなる。

一方，コイルがつくる磁界が電流 I_1 におよぼす力の向きは［(12)］の向きで，その大きさは［(13)］である。

解答群

(1)〔1〕$\dfrac{I_1}{2r}$　〔2〕$\dfrac{I_1}{2r^2}$　〔3〕$\dfrac{I_1}{2\pi r}$　〔4〕$\dfrac{I_1}{2\pi r^2}$

(2)〔1〕$\mu_0 H I_1 a$　〔2〕$\mu_0 H I_2 a$　〔3〕$\mu_0 H I_1 b$　〔4〕$\mu_0 H I_2 b$

(3)〔1〕$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi r}$　〔2〕$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi r}$　〔3〕$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi r^2}$　〔4〕$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 ab}{2\pi r^2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

⑷　〔１〕　x 軸の正　〔２〕　x 軸の負
〔３〕　y 軸の正　〔４〕　y 軸の負
〔５〕　z 軸の正　〔６〕　z 軸の負

⑸　〔１〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi(r+a)}$　〔２〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(r+b)}$
〔３〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(r+b)^2}$　〔４〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 ab}{2\pi(r+a)^2}$

⑹　〔１〕　x 軸の正　〔２〕　x 軸の負
〔３〕　y 軸の正　〔４〕　y 軸の負
〔５〕　z 軸の正　〔６〕　z 軸の負

⑺　〔１〕　x 軸の正　〔２〕　x 軸の負
〔３〕　y 軸の正　〔４〕　y 軸の負
〔５〕　z 軸の正　〔６〕　z 軸の負

⑻　〔１〕　x 軸の正　〔２〕　x 軸の負
〔３〕　y 軸の正　〔４〕　y 軸の負
〔５〕　z 軸の正　〔６〕　z 軸の負

⑼　〔１〕　0　〔２〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi(r+a)}$
〔３〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(r+b)}$　〔４〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 ab}{2\pi(r+a)^2}$

⑽　〔１〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(r+b)}$　〔２〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi(r+a)}$
〔３〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi(r+b)^2}$　〔４〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 ab}{2\pi r(r+b)}$

⑾　〔１〕　x 軸の正　〔２〕　x 軸の負
〔３〕　y 軸の正　〔４〕　y 軸の負
〔５〕　z 軸の正　〔６〕　z 軸の負

⑿　〔１〕　x 軸の正　〔２〕　x 軸の負
〔３〕　y 軸の正　〔４〕　y 軸の負
〔５〕　z 軸の正　〔６〕　z 軸の負

⒀　〔１〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(r+b)}$　〔２〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi(r+a)}$
〔３〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi(r+b)^2}$　〔４〕　$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 ab}{2\pi r(r+b)}$

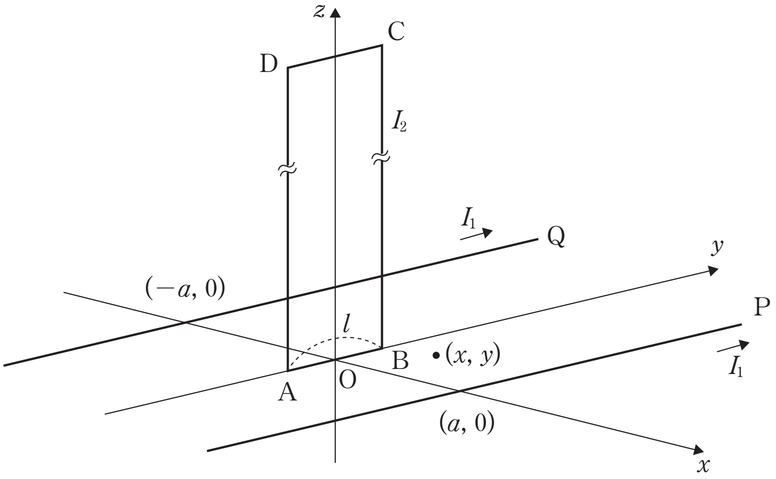
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図のように，xy 面内の2点$(a,\ 0)$と$(-a,\ 0)$のそれぞれを通り y 軸に平行な2本の導線PとQの両方に，$+y$ 方向に電流 I_1 [A] を流す。また，長方形のコイル ABCD が yz 面内につるされており，辺 CD は y 軸に平行に固定されている。辺 DA と CB は十分長く，辺 AB は xy 面内で x 軸方向に自由に動くことができる。辺 AB の長さは l [m]，質量は m [kg] であり，他の辺の質量は無視できる。真空の透磁率を μ_0 [N/A^2] として，以下の問に答えよ。ただし，重力の影響は無視する。



(1)　Pの電流が，2つの導線にはさまれた xy 面上の点$(x,\ y)$につくる磁場（磁界）は，$+x$ 方向，$-x$ 方向，$+y$ 方向，$-y$ 方向，$+z$ 方向，$-z$ 方向のいずれかを答えよ。また，Qの電流がつくる磁場はどの方向かを答えよ。

(2)　点$(x,\ y)$における磁場 H [A/m] を求めよ。

(3)　(2)において$|x|$は a より十分小さいと仮定して，$|\beta|$が1よりきわめて小さい場合の近似式$\dfrac{1}{1-\beta} \fallingdotseq 1+\beta$を用いて，$H$を書き直せ。

次に，コイルに電流 I_2 [A] を流し，軽く触れたところ，辺 AB は原点O付近で x 軸方向に単振動を始めた。

(4)　単振動をするためには，I_2 は，A→B の向きか，あるいは B→A の向きかを答えよ。

(5)　(3)の結果を用いて，辺 AB が原点から x [m] の距離にあるとき，辺 AB に働く力 F [N] を求めよ。

(6)　この単振動の周期 T [s] を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 40 講　確認テスト

以下の[1]から[10]にあてはまる最も適切な答えを各解答群から１つ選びなさい。ただし，同じ番号をくり返し選んでもよい。数値を選ぶ場合は最も近い値を選ぶものとする。

図１のように$d > 0$として，$(0,\ 0,\ d)$ [m] と$(0,\ 0,\ -d)$ [m] を通りそれぞれx軸に平行に固定された２本の導線ⅠとⅡにx軸の正の方向に大きさI [A] の電流を流す。ただし，真空の透磁率をμ_0 [N/A^2] として，以下の問に答えよ。

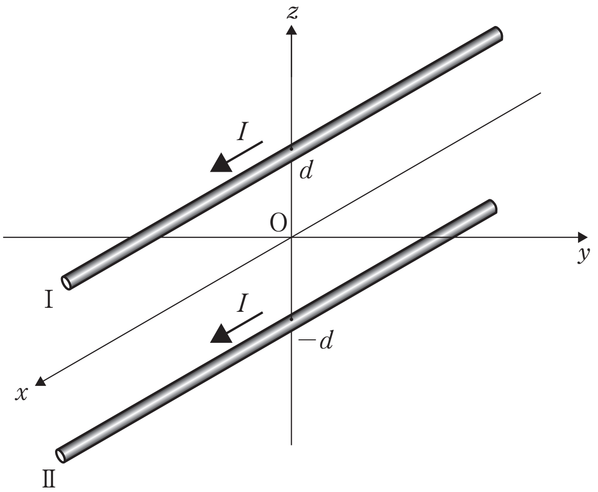


図１

(1)　導線Ⅰに流れる電流I [A] が導線Ⅱの位置につくる磁場により導線Ⅱが受ける力の大きさは単位長さあたり[1] [N] で，向きは[2]方向である。導線Ⅰが原点Oにつくる磁束密度の大きさは[3] [T] で，向きは[4]である。

導線Ⅰと導線Ⅱがy軸上の任意の点$(0,\ y,\ 0)$ [m] につくる磁束密度は，それぞれがつくる磁束密度のベクトル和として求まり，その大きさは[5] [T] で，その向きは$y > 0$のとき[6]の方向で，$y < 0$のとき[7]の方向である。

[1]，[3]の解答群

① $\dfrac{\mu_0 I}{\pi d}$　② $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$　③ $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi d}$　④ $\dfrac{\mu_0 I}{8\pi d}$　⑤ $\dfrac{\mu_0 I^2}{\pi d}$　⑥ $\dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi d}$

⑦ $\dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi d}$　⑧ $\dfrac{\mu_0 I^2}{8\pi d}$　⑨ $\dfrac{\mu_0 I^2}{\pi d^2}$　⓪ $\dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi d^2}$　ⓐ $\dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi d^2}$　ⓑ $\dfrac{\mu_0 I^2}{8\pi d^2}$

[2]，[4]，[6]，[7]の解答群

① $+x$　② $-x$　③ $+y$　④ $-y$　⑤ $+z$　⑥ $-z$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

| 5 |の解答群

① $\dfrac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{d^2+y^2}}$　② $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{d^2+y^2}}$　③ $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{d^2+y^2}}$　④ $\dfrac{\mu_0 I}{8\pi\sqrt{d^2+y^2}}$

⑤ $\dfrac{\mu_0 I|y|}{\pi(d^2+y^2)}$　⑥ $\dfrac{\mu_0 I|y|}{2\pi(d^2+y^2)}$　⑦ $\dfrac{\mu_0 I|y|}{4\pi(d^2+y^2)}$　⑧ $\dfrac{\mu_0 I|y|}{8\pi(d^2+y^2)}$

⑨ $\dfrac{\mu_0 Iy^2}{\pi(d^2+y^2)}$　⓪ $\dfrac{\mu_0 Iy^2}{2\pi(d^2+y^2)}$　ⓐ $\dfrac{\mu_0 Iy^2}{4\pi(d^2+y^2)}$　ⓑ $\dfrac{\mu_0 Iy^2}{8\pi(d^2+y^2)}$

(2) 次に，図２に示すように $l>0$ として，$\left(\dfrac{l}{2},\ 0,\ 0\right)$ [m] と $\left(-\dfrac{l}{2},\ 0,\ 0\right)$ [m] を通り，それぞれ y 軸に平行な固定された十分に長い導線 AA′ と BB′ を加え，この導線の上に長さ l [m]，質量 m [kg] の太さの無視できる導体棒 ab を置く。導体棒 ab と導線 AA′，BB′ の間には摩擦はなく導体棒はこの導線の上をなめらかにそして x 軸に常に平行に動くものとする。

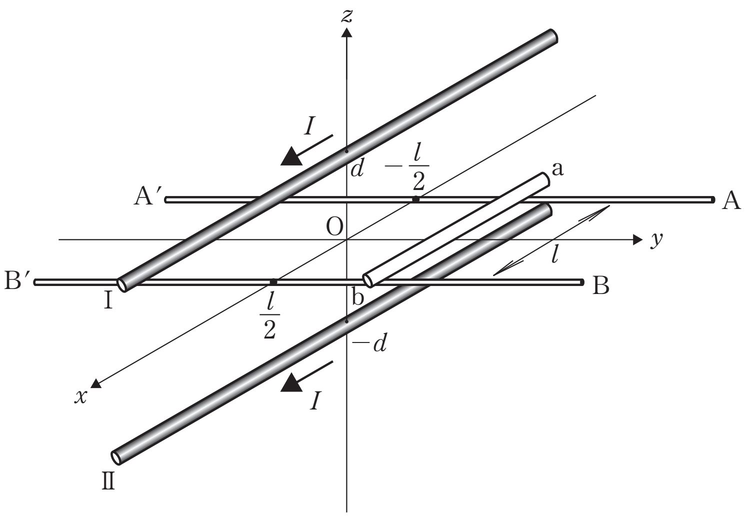


図２

今，y 軸の正の位置 s [m] の場所に導体棒を置き，導体棒の a から b に向かって大きさ I_0 [A] の電流を流した。ただし，電流 I_0 は I に比べ小さいものとして，導線 AA′，BB′ を流れる電流がつくる磁場は無視できるものとする。このとき導体棒には | 8 | [N] の力が | 9 | の方向に作用する。s [m] が d [m] に比べ十分に小さく，$d^2+s^2 \fallingdotseq d^2$ の近似が成り立つとき，導体棒は単振動を行う。このときの単振動の周期は | 10 | [s] となる。

| 8 |の解答群

① $\dfrac{\mu_0 II_0 ls}{\pi\sqrt{d^2+s^2}}$　② $\dfrac{\mu_0 II_0 ls}{2\pi\sqrt{d^2+s^2}}$　③ $\dfrac{\mu_0 II_0 ls}{4\pi\sqrt{d^2+s^2}}$

④ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{8\pi\sqrt{d^2+s^2}}$　⑤ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{\pi(d^2+s^2)}$　⑥ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{2\pi(d^2+s^2)}$

⑦ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{4\pi(d^2+s^2)}$　⑧ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{8\pi(d^2+s^2)}$　⑨ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{\pi\sqrt{(d^2+s^2)^3}}$

⓪ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{2\pi\sqrt{(d^2+s^2)^3}}$　ⓐ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{4\pi\sqrt{(d^2+s^2)^3}}$　ⓑ $\dfrac{\mu_0 I I_0 l s}{8\pi\sqrt{(d^2+s^2)^3}}$

［ 9 ］の解答群

①　$+x$　②　$-x$　③　$+y$　④　$-y$　⑤　$+z$　⑥　$-z$

［ 10 ］の解答群

① $2\pi\sqrt{\dfrac{\mu_0 I I_0 l}{\pi m d}}$　② $2\pi\sqrt{\dfrac{\mu_0 I I_0 l}{2\pi m}}$　③ $2\pi\sqrt{\dfrac{\mu_0 I I_0 l}{4\pi m d}}$　④ $2\pi\sqrt{\dfrac{\mu_0 I I_0 l}{\pi m d^2}}$

⑤ $2\pi\sqrt{\dfrac{\mu_0 I I_0 l}{2\pi m d^2}}$　⑥ $2\pi\sqrt{\dfrac{\mu_0 I I_0 l}{4\pi m d^2}}$　⑦ $2\pi\sqrt{\dfrac{\pi m d}{\mu_0 I I_0 l}}$　⑧ $2\pi\sqrt{\dfrac{2\pi m d}{\mu_0 I I_0 l}}$

⑨ $2\pi\sqrt{\dfrac{4\pi m d}{\mu_0 I I_0 l}}$　⓪ $2\pi\sqrt{\dfrac{\pi m d^2}{\mu_0 I I_0 l}}$　ⓐ $2\pi\sqrt{\dfrac{2\pi m d^2}{\mu_0 I I_0 l}}$　ⓑ $2\pi\sqrt{\dfrac{4\pi m d^2}{\mu_0 I I_0 l}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 40 講　解答

1

(1)〔３〕　(2)〔２〕　(3)〔１〕　(4)〔４〕　(5)〔２〕
(6)〔３〕　(7)〔５〕　(8)〔６〕　(9)〔１〕　(10)〔４〕
(11)〔４〕　(12)〔３〕　(13)〔４〕

2

(1)　P　$+z$ 方向　　Q　$-z$ 方向

(2)　$H=\dfrac{I_1}{2\pi}\left(\dfrac{1}{a-x}-\dfrac{1}{a+x}\right)$ [A/m]

(3)　$H=\dfrac{I_1}{\pi a^2}x$ [A/m]

(4)　B → A

(5)　$F=-\dfrac{\mu_0 I_1 I_2 l}{\pi a^2}x$ [N]

(6)　$T=2\pi\sqrt{\dfrac{\pi m a^2}{\mu_0 I_1 I_2 l}}$ [s]

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第40講　確認テスト

【解答】

(1)　1 ⑦　2 ⑤　3 ②　4 ③　5 ⑤　6 ⑤　7 ⑥

(2)　8 ⑤　9 ④　10 ⓪

【解説】

(1)　Ⅰの電流がⅡの位置に作る磁束密度は

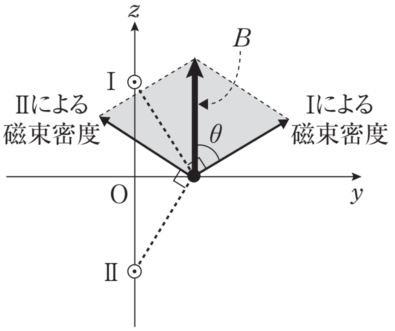
$$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\qquad (+y\text{ 方向})$$

となるので，導線Ⅱの電流が受ける力は

$$F = IB_1 \cdot 1 = \boldsymbol{\frac{\mu_0 I^2}{4\pi d}}\,{}_{-1}\qquad \textbf{(+}\boldsymbol{z}\textbf{ 方向)}\,{}_{-2}$$

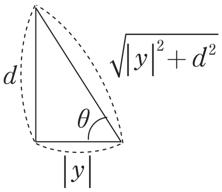
Ⅰの電流がＯに作る磁束密度は

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{2\pi d}}\,{}_{-3}\qquad \textbf{(+}\boldsymbol{y}\textbf{ 方向)}\,{}_{-4}$$



(0, y, 0) にできる磁束密度は，Ⅰによるものと

Ⅱによるものの合成をして，



$$\cos\theta = \frac{|y|}{\sqrt{y^2+d^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{y^2+d^2}} \times 2\cos\theta = \boldsymbol{\frac{\mu_0 I|y|}{\pi(y^2+d^2)}}\,{}_{-5}$$

となり，$y>0$ のときは **+z 方向**$_{-6}$，$y<0$ のときは **−z 方向**$_{-7}$

(2)　導体棒にかかる力は，$y>0$ のとき B が $+z$ 向きだから，

$$f = I_0 B \cdot l = \boldsymbol{\frac{\mu_0 I I_0 l s}{\pi(s^2+d^2)}}\,{}_{-8}\qquad \textbf{(−}\boldsymbol{y}\textbf{ 方向)}\,{}_{-9}$$

となり，近似をすると，

$$f \fallingdotseq \frac{\mu_0 I I_0 l}{\pi d^2}s$$

となる。よって，導体棒の y 方向の運動方程式は

$$ma = -\frac{\mu_0 I I_0 l}{\pi d^2}y$$

となり，単振動をすることがわかる。その周期は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\left(\dfrac{\mu_0 I I_0 l}{\pi d^2}\right)}} = \boldsymbol{2\pi\sqrt{\frac{\pi m d^2}{\mu_0 I I_0 l}}}\,{}_{-10}$$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。